

Vorlesungsmodul Vorkurs Mathematik

- VorlMod VkMa -

Matthias Ansorg

15. September 2001 bis 26. Mai 2003

Zusammenfassung

Studentische Mitschrift zum Vorkurs Mathematik bei Christine Fremdt (Wintersemester 2001/2002) im Studiengang Informatik an der Fachhochschule Gießen-Friedberg. Ziel des Vorkurses ist es, alle Studienanfänger auf ein einheitliches Niveau zu bringen, dabei anhand des ausgeteilten Aufgabenblattes nahezu das gesamte mathematische Schulwissen aufzufrischen und zu wiederholen.

- **Bezugsquelle:** Die vorliegende studentische Mitschrift steht im Internet zum Download bereit: Persönliche Homepage Matthias Ansorg <http://matthias.ansorgs.de/InformatikDiplom/Modul.VkMa.Fremdt/>.
- **Lizenz:** Diese studentische Mitschrift ist public domain, darf also ohne Einschränkungen oder Quellenangabe für jeden beliebigen Zweck benutzt werden, kommerziell und nichtkommerziell; jedoch enthält sie keinerlei Garantien für Richtigkeit oder Eignung oder sonst irgendetwas, weder explizit noch implizit. Das Risiko der Nutzung dieser studentischen Mitschrift liegt allein beim Nutzer selbst. Einschränkend sind außerdem die Urheberrechte der angegebenen Quellen zu beachten.
- **Korrekturen und Feedback:** Fehler zur Verbesserung in zukünftigen Versionen, sonstige Verbesserungsvorschläge und Wünsche bitte dem Autor per e-mail mitteilen: Matthias Ansorg <<mailto:matthias@ansorgs.de>>.
- **Format:** Die vorliegende studentische Mitschrift wurde mit dem Programm L^AT_EX (graphisches Frontend zu L^AT_EX) unter Linux geschrieben und mit pdfL^AT_EX als pdf-Datei erstellt. Grafiken wurden mit dem Programm xfig unter Linux erstellt und als pdf-Dateien exportiert.
- **Dozent:** Christine Fremdt <christine.fremdt@math.uni-giessen.de>
- **Verwendete Quellen:** <quelle> {<quelle>}.
- **Klausur:** keine.

Inhaltsverzeichnis

I Mengen, Zahlen, Größen	2
1 Mengen	3
1.1 Definition	3
1.2 Möglichkeiten, eine Menge anzugeben	3
1.2.1 Aufzählen der Elemente.	3
1.2.2 Angabe der Elementeigenschaften.	3
1.3 Möglichkeiten, eine Menge darzustellen.	3
1.3.1 Graphen.	4
1.3.2 Mengendiagramme.	4
1.4 Beziehungen zwischen Mengen.	4
1.4.1 Gleichheit.	4
1.4.2 Inklusion.	4
1.4.3 Potenzmenge.	5
1.5 Verknüpfungen von Mengen	5
1.5.1 Vereinigung.	5
1.5.2 Schnitt.	5
1.5.3 Differenz »A ohne B«.	5
1.5.4 Komplement von A.	5

2 Zahlen	7
2.1 Zahlenmengen	7
2.2 Intervalle	7
3 Größen	7
II Klammern, Brüche	7
4 Klammern	7
5 Brüche	7
III Proportionalität, Dreisatz, Prozentrechnung	7
6 Proportionalität	7
7 Dreisatz	7
8 Prozentrechnung	7
IV Potenzen, Wurzeln	7
9 Potenzen	7
10 Wurzeln	7
V Gleichungen	7
11 Gleichungen	7
VI Logarithmen	7
12 Logarithmen	7
VII Trigonometrie	7
13 Trigonometrie	7
VIII Einführung in Differential- und Integralrechnung	7
14 Einführung in Differential- und Integralrechnung	7
Abbildungsverzeichnis	
1 Zahlenstrahl	3
2 $f(x) = x^2$ als Darstellung von $\{(x; x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$.	4
3 Mengendiagramm	4
4 Vereinigungsmenge $A \cup B$	5
5 Schnittmenge $A \cap B$	5
6 Differenzmenge $A \setminus B$	6
7 Komplement \overline{A}	6

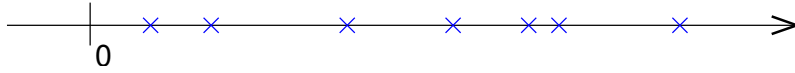


Abbildung 1: Zahlenstrahl

Teil I

Mengen, Zahlen, Größen

1 Mengen

1.1 Definition

Eine Menge ist eine Zusammenfassung von Objekten zu einem Ganzen. Diese Objekte heißen Elemente. Ist a ein Element einer Menge M , so schreiben wir $a \in M$. Gemäß Vereinbarung werden mehrfach in einer Menge vorkommende Elemente nur einfach genannt und gezählt.

Die Menge der natürlichen Zahlen.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Die Menge der ganzen Zahlen.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, m-2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Die Menge der rationalen Zahlen.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}; q \neq 0 \right\}$$

Die Menge der reellen Zahlen.

\mathbb{R}

Die Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis 10.

$$\{1, \dots, 10\}$$

$$\{\nabla, \heartsuit, \diamond, \surd\}$$

Dieses Beispiel zeigt, dass die Art der Elemente, die in einer Menge enthalten sein dürfen, in keiner Weise festgelegt ist.

$$\{\{1, 2\}\{1, 3\}\}$$

Eine Menge mit zwei Elementen, von denen jedes wieder eine Menge mit zwei Elementen ist.

Die leere Menge.

$$\emptyset = \{\}$$

1.2 Möglichkeiten, eine Menge anzugeben

1.2.1 Aufzählen der Elemente.

Durch Aufzählen aller Elemente, wenn nötig mit \dots . Zum Beispiel ist $P = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ die Menge aller Primzahlen. Diese Möglichkeit erschöpft sich, wenn die Folge der Elemente nicht offensichtlich erkennbar ist.

1.2.2 Angabe der Elementeigenschaften.

Die natürlichen Zahlen von 1 bis 4.

$$N = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

Die Menge der Primzahlen. Siehe 1.2.1.

$$P = \{p \in \mathbb{N} \mid p \text{ ist durch sich selbst und } 1 \text{ teilbar}\}.$$

Die Menge der Quadratzahlen.

$Q = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$. Der erste Teil des Ausdrucks x^2 gibt dabei immer die Gestalt der in der Menge enthaltenen Elemente an, der zweite Teil $x \in \mathbb{R}$ macht eine Aussage über Bedingungen, die für die Elemente gelten müssen.

1.3 Möglichkeiten, eine Menge darzustellen.

Auf dem Zahlenstrahl. Siehe 1.

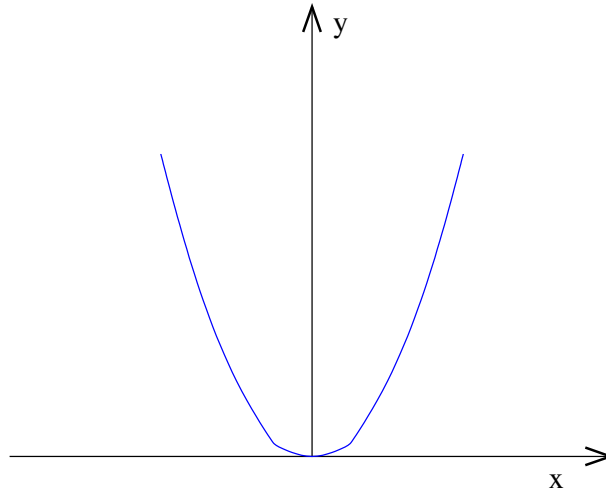


Abbildung 2: $f(x) = x^2$ als Darstellung von $\{(x; x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

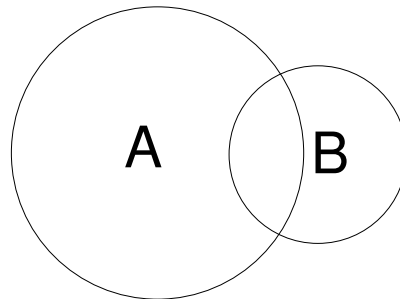


Abbildung 3: Mengendiagramm

1.3.1 Graphen.

Ein Funktionsgraph gibt die Menge $\{(x; f(x)) \mid x \in \mathbb{R}\}$ an. Zum Beispiel in 2 die Menge $\{(x; x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

1.3.2 Mengendiagramme.

Sie dienen der Veranschaulichung von Mengenverknüpfungen. Siehe 3.

1.4 Beziehungen zwischen Mengen.

1.4.1 Gleichheit.

Enthalten zwei Mengen die gleichen Elemente, so sind sie gleich. Man schreibt $A = B$.

$$\begin{aligned} \{1; 2; 3\} &= \{3; 2; 1\} \\ \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} &= \{1, 2, 3, 4\} = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 5\} \\ \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\} &= \{-1, 1\} \end{aligned}$$

1.4.2 Inklusion.

Wenn alle Elemente einer Menge A in einer Menge B enthalten sind, so ist A enthalten in B . Man schreibt: $A \subseteq B$. $A \subseteq B$ ist Teilmenge von oder gleich B . Vergleiche das Zeichen \leq : $1 \leq 7$ ist eine wahre Aussage. $A \subset B$ ist echte Teilmenge von B , also auch $A \neq B$. Vergleiche das Zeichen $<$. Beispiele: $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$, $\{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 7\} \subseteq \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 15\}$

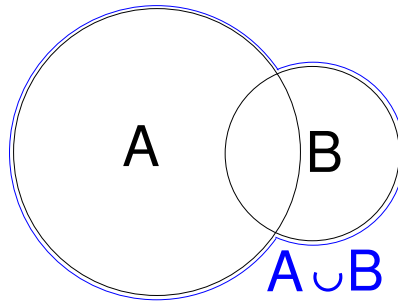


Abbildung 4: Vereinigungsmenge $A \cup B$

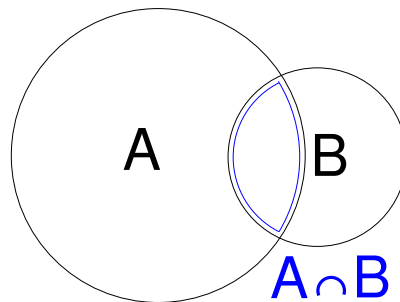


Abbildung 5: Schnittmenge $A \cap B$

1.4.3 Potenzmenge.

Die Potenzmenge ist die Menge aller Teilmengen einer Menge A . Schreibweise: $\wp(A)$. Die Potenzmenge einer Menge mit x Elementen enthält 2^x Elemente. Beispiel: $A = \{1, 2\} \wp(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

1.5 Verknüpfungen von Mengen

1.5.1 Vereinigung.

$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$.¹
 (siehe auch 4) $A = \{1, 2, 3\} B = \{1, 4, 5\} A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

1.5.2 Schnitt.

$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$.
 (siehe auch 5) $A = \{1, 2, 3\} B = \{1, 4, 5\} A \cap B = \{1\}$

1.5.3 Differenz »A ohne B«.

$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$.
 (siehe auch 6) $A = \{1, 2, 3\} B = \{1, 4, 5\} A \setminus B = \{2, 3\}$

1.5.4 Komplement von A.

Ist A Teilmenge einer großen Grundmenge, so ist das Komplement der Menge A die Menge $\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}$, manchmal auch geschrieben als $\complement A$ oder A^C .

(siehe auch 7) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} \bar{A} = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 5\}$

¹Das mathematische ODER (\vee) ist kein exklusives ENTWEDER-ODER. $A \cup B$ enthält also auch Elemente, die sowohl in A als auch in B vorkommen.

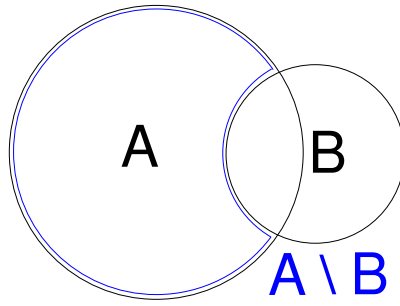


Abbildung 6: Differenzmenge $A \setminus B$

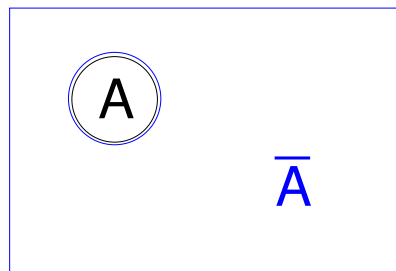


Abbildung 7: Komplement \bar{A}

2 Zahlen

2.1 Zahlenmengen

2.2 Intervalle

3 Größen

Teil II

Klammern, Brüche

4 Klammern

5 Brüche

Teil III

Proportionalität, Dreisatz, Prozentrechnung

6 Proportionalität

7 Dreisatz

8 Prozentrechnung

Teil IV

Potenzen, Wurzeln

9 Potenzen

10 Wurzeln

Teil V

Gleichungen

11 Gleichungen

Teil VI

Logarithmen

12 Logarithmen

Teil VII

Trigonometrie

13 Trigonometrie

Teil VIII

Deshalb zur Verfügung gestellt unter <http://matthias.ansorgs.de/InformatikDiplom/Modul.VkMa.Fremdt/BrueckenkursMathe.zip>. Der Inhalt der Datei a0.pdf wurde bereits vollständig in das vorliegende Dokument integriert.